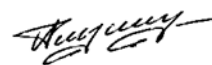


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко
25.05.2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.31 Теория случайных процессов и основы теории массового обслуживания

1. Код и наименование направления подготовки: 01.03.04 Прикладная математика
2. Профиль подготовки: Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
3. Квалификация выпускника: Бакалавр
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
6. Составители программы: к.ф.-м.н., доц. Михайлова И.В.
7. Рекомендована: НМС математического факультета, протокол № 0500-06 от 25.05.23
8. Учебный год: 2025/ 2026 Семестр(ы): 5-6

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цели учебной дисциплины:

- ознакомление слушателей со стохастическим подходом описания обширного класса реальных физических явлений, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций, формирование теоретических знаний о математических методах описания и исследования стохастических динамических систем и практических навыков использования для их решения.

Задачи учебной дисциплины:

- освоить способы описания случайных процессов;
- изучить основные типы случайных процессов и их свойства;
- освоить методы исследования простейших марковских систем массового обслуживания (СМО).

Основной задачей курса является изучение численных закономерностей в опытах, результаты которых не могут быть предсказаны однозначно до проведения испытаний.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Теория случайных процессов и основы теории массового обслуживания» относится к Блоку 1 Обязательной части, т.е. является обязательной дисциплиной для изучения обучающимися.

Дисциплина является прямым продолжением курса «Теория вероятностей» и, помимо него, опирается на математический анализ, линейную алгебру, дифференциальные уравнения. Обучающийся должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, знаниями теории интегралов Лебега и элементами теории вероятностей. Знания, полученные по дисциплине, являются основой для дальнейшего более углубленного изучения вопросов применения математических методов в задачах исследования различных процессов, а также для подготовки курсовых и выпускных квалификационных работ.

Дисциплина является предшествующей для курса Математическая статистика

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знать: базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук. Уметь: использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности
		ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	Владеть навыками: выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной	

			деятельности на основе теоретических знаний	
--	--	--	---	--

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 5 / 180.

Форма промежуточной аттестации Экзамен – 6 семестр

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		5 семестр	6 семестр	
Контактная работа	80	32	48	
в том числе:	лекции	48	16	32
	практические	32	16	16
	лабораторные	-	-	-
	курсовая работа	-	-	-
	контрольные работы	2	1	1
Самостоятельная работа	64	40	24	
Промежуточная аттестация - экзамен	36		36	
Итого:	180	72	108	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Случайный процесс. Классификация случайных процессов	<p>Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса. Математическое ожидание и ковариационная функция случайного процесса.</p> <p>Классификация случайных процессов. Гауссовские случайные процессы: определение, свойства, винеровский процесс</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11877
1.2	Элементы стохастического анализа	<p>Непрерывность случайного процесса</p> <p>Дифференцирование случайного процесса</p> <p>Интегрирование случайного процесса</p>	
1.3	Марковские процессы	<p>Марковские процессы с дискретным множеством состояний и непрерывным временем. Однородные марковские процессы</p> <p>Процессы рождения и гибели: определение, дифференциальные уравнения Колмогорова, связь с теорией массового обслуживания</p>	
1.4	Ветвящиеся процессы	<p>Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона.</p> <p>Вероятность вырождения.</p>	
1.5	Общее описание систем массового обслуживания	<p>Общее описание систем массового обслуживания. Символика Кендалла</p> <p>Показательное распределение и его свойства. Пуассоновский поток</p>	
1.6		Система $M(\lambda) M(\nu) 1, m = \infty, fifo$	

	Марковские системы массового обслуживания	<p>Характеристики занятости одноканальной системы массового обслуживания в стационарном режиме</p> <p>Система $M(\lambda) M(\nu) r, m = \infty, fifo$</p> <p>Характеристики занятости системы массового обслуживания с r каналами в стационарном режиме</p> <p>Система с отказами. Формулы Эрланга</p> <p>Система $M(\lambda) M(\nu) r = \infty$</p> <p>Система $M(\lambda) M(\nu) r, m, fifo$</p> <p>Система с ограниченным временем ожидания</p> <p>Системы с неординарным потоком</p> <p>Система «n станков – m рабочих»</p>	
1.7	Сети массового обслуживания	<p>Марковские сети массового обслуживания</p> <p>Теорема Бёрке</p> <p>Сеть Джексона</p> <p>Характеристики занятости сетей в стационарном режиме.</p>	
2. Практические занятия			
2.1	Случайный процесс. Классификация случайных процессов	<p>Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса. Математическое ожидание и ковариационная функция случайного процесса.</p> <p>Классификация случайных процессов. Гауссовские случайные процессы: определение, свойства, винеровский процесс</p>	-
2.2	Элементы стохастического анализа	<p>Непрерывность случайного процесса</p> <p>Дифференцирование случайного процесса</p> <p>Интегрирование случайного процесса</p>	-
2.3	Марковские процессы	<p>Марковские процессы с дискретным множеством состояний и непрерывным временем. Однородные марковские процессы</p> <p>Процессы рождения и гибели: определение, дифференциальные уравнения Колмогорова, связь с теорией массового обслуживания</p>	-
2.4	Ветвящиеся процессы	<p>Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона.</p> <p>Вероятность вырождения.</p>	-
		Контрольная работа	
2.5	Общее описание систем массового обслуживания	<p>Показательное распределение и его свойства.</p> <p>Пуассоновский поток</p>	-
2.6	Марковские системы массового обслуживания	<p>Система $M(\lambda) M(\nu) 1, m = \infty, fifo$</p> <p>Характеристики занятости одноканальной системы массового обслуживания в стационарном режиме</p> <p>Система $M(\lambda) M(\nu) r, m = \infty, fifo$</p> <p>Характеристики занятости системы массового обслуживания с r каналами в стационарном режиме</p> <p>Система с отказами. Формулы Эрланга</p> <p>Система $M(\lambda) M(\nu) r = \infty$</p> <p>Система $M(\lambda) M(\nu) r, m, fifo$</p> <p>Система «$n$ станков – m рабочих»</p>	
2.7	Сети массового обслуживания	<p>Марковские сети массового обслуживания</p> <p>Характеристики занятости сетей в стационарном режиме.</p>	
		Контрольная работа	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Случайный процесс. Классификация случайных процессов	4	4	-	10	18
2	Элементы стохастического анализа	4	4	-	10	18
3	Марковские процессы	4	4	-	10	18
4	Ветвящиеся процессы	4	4	-	10	18
5	Общее описание систем массового обслуживания	4	2	-	4	10
6	Марковские системы массового обслуживания	20	10	-	8	38
7	Сети массового обслуживания	8	4	-	12	24
	Контроль - 36		-			36
	Итого:	48	32	-	64	180

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Теория случайных процессов и основы теории массового обслуживания» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий:

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

4. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность в семестрах, на которую отводится 64 часа.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Теория случайных процессов и основы теории массового обслуживания» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических

занятий (приведены выше), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (контрольным работам и выполнению практических заданий) (примеры см. ниже).

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (6 семестр – экзамен).

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	Лифшиц, М. А. Случайные процессы — от теории к практике : учебное пособие для вузов / М. А. Лифшиц. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 308 с. — ISBN 978-5-8114-7676-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/164710 (дата обращения: 11.08.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
6	Булинский, А. В. Теория случайных процессов : учебное пособие / А. В. Булинский, А. Н. Ширяев. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 400 с. — ISBN 978-5-9221-0335-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/59319 (дата обращения: 11.08.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
8	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
9	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
10	Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов: пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2004. – № 1013. – 15 с. URL: http://www.kuchp.ru/uploads/files/public/Files-U62qBaoj3m.rar .
11	Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов Часть 2: учебно-методическое пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2005. – 15 с. URL: http://www.kuchp.ru/uploads/files/public/Files-7wXDsvZbWz.rar .
12	Михайлова, Ирина Витальевна. Элементы теории массового обслуживания [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [студ. 3-го курса мат. фак. очной формы обучения, для направления 01.03.04 - Прикладная математика] / И.В. Михайлова ; Воронеж. гос. ун-т. — Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. — Загл. с титула

	экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— URL:http://www.kuchp.ru/uploads/files/public/Files-RMLPAS6S37.pdf .
13	Михайлова, Ирина Витальевна. Элементы теории массового обслуживания [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [студ. 3-го курса мат. фак. очной формы обучения, для направления 01.03.04 - Прикладная математика]. Ч. 2 / И.В. Михайлова ; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— URL:http://www.kuchp.ru/uploads/files/public/Files-uJRX9k4uxa.pdf .
14	И.В. Михайлова, Е.А. Логинова Краткий курс теории массового обслуживания. - Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2021. - 16 с.
15	И.В. Михайлова, Е.А. Логинова Марковские сети массового обслуживания. - Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2022. - 16 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11877>).

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Случайный процесс. Классификация случайных процессов	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1, контрольно-измерительные материалы к экзамену
2	Элементы стохастического анализа	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1, контрольно-измерительные материалы к экзамену
3	Марковские процессы	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 1, контрольно-измерительные материалы к экзамену
4	Ветвящиеся процессы	ОПК-1	ОПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1, контрольно-измерительные материалы к экзамену
5	Общее описание систем массового обслуживания	ОПК-1	ОПК-1.1	Домашние задания, контрольная работа № 2, контрольно-измерительные материалы к экзамену
6	Марковские системы массового обслуживания	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 2, контрольно-измерительные материалы к экзамену
7	Сети массового обслуживания	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 2, контрольно-измерительные материалы к экзамену
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен				Перечень вопросов к экзамену

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Домашние задания:

По теме 1. Случайный процесс. Классификация случайных процессов

Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов: пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2004. –№ 1013. – 15 с.

Задания №№ 2-9 стр.6-7

По теме 2. Элементы стохастического анализа

Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов: пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2004. –№ 1013. – 15 с.

Задания №№ 1-3 стр.10-11

По теме 3. Марковские процессы

Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов Часть 2: учебно-методическое пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2005. – 15 с.

Задания №№ 71-5 стр.4-5

По теме 4. Ветвящиеся процессы

Булинский А.В. Теория случайных процессов / А.В. Булинский, А.Н. Ширяев. – М.: Физматлит, 2003. – 399 с.

Пример 8, стр. 125

По теме 5. Общее описание систем массового обслуживания

Михайлова, Ирина Витальевна. Элементы теории массового обслуживания [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [студ. 3-го курса мат. фак. очной формы обучения, для направления 01.03.04 - Прикладная математика] / И.В. Михайлова ; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018 .— Загл. с титула экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-232.pdf>.

§1, §2

Волков И.К. Случайные процессы / Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. – М.: МГТУ, 2000. – 448 с.
Задачи 6.10, 6.11

По теме 6. Марковские системы массового обслуживания

Михайлова, Ирина Витальевна. Элементы теории массового обслуживания [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие : [студ. 3-го курса мат. фак. очной формы обучения, для направления 01.03.04 - Прикладная математика]. Ч. 2 / И.В. Михайлова ; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 .— Загл. с титула экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-244.pdf>.

Задания стр.10-15

По теме 7. Сети массового обслуживания

Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Л. Клейнрок – М.: Книга по Требованию, 2013. – 429 с.
И.В. Михайлова, Е.А. Логинова Краткий курс теории массового обслуживания. - Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2021. - 16 с.

И.В. Михайлова, Е.А. Логинова Марковские сети массового обслуживания. - Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2022. - 16 с.

Пункт 4.8

Перечень практических заданий

1. Найти характеристики случайного процесса

$$\xi_t(\omega) = t^2 \xi_1 + t \xi_2 + 3,$$

если

$$\xi_1, \xi_2 - \text{случайные величины с}$$
$$M\xi_1 = 2, D\xi_1 = 3, M\xi_2 = 1, D\xi_2 = 3, \rho(\xi_1, \xi_2) = -0,3.$$

- Доказать неотрицательную определенность функции

$$B(t, s) = \min(t, s), t, s \geq 0.$$
- $\{\xi(t) = \xi + t\}_{t \geq 0}$ — случайный процесс, где $\xi \sim N(0,1)$. Найти $M(\int_1^3 \xi(t) dt)$.
- Рассмотреть систему « n станков, m рабочих». Для $n = 3, m = 3$ построить граф системы и найти стационарное распределение.

Пример задач контрольных работ:

Контрольная работа № 1

- Найти характеристики случайного процесса

$$\xi_t(\omega) = 8\xi_1 + 3t\xi_2 - t^3, \text{ если } \xi_1, \xi_2 - \text{случайные величины с}$$

$M\xi_1 = 2, D\xi_1 = 1, M\xi_2 = 3, D\xi_2 = 2$ и случайные величины стохастически независимы.

- Найти ковариационную функцию винеровского случайного процесса, используя условие независимости его приращений.

- $\{\xi(t) = \xi + t^2\}_{t \in R}$ — случайный процесс, где $\xi \sim N(0,5)$. Найти $M(\int_{-1}^1 \xi(t) dt)$.

Контрольная работа № 2

- Для условия, когда поступления требований совершенно случайны, подберите взятый из жизни пример, которые иллюстрирует характер функционирования системы массового обслуживания.
- Рассмотреть систему « n станков - m рабочих». Для $n = 3, m = 2$ построить граф системы и найти стационарное распределение.
- Формула Эрланга для двухканальной системы массового обслуживания.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание*:

- уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
- степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
- приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных заданий и домашних работ, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях.

Формы, методы и периодичность текущего контроля определяет преподаватель.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

Описание технологии проведения

Контрольные работы проводятся письменно.

Требование к выполнению заданий

Контрольная работа

За контрольную работу ставится оценка «зачтено» в случае, если обучающийся выполнил:

- правильно в полном объеме все задания контрольной работы, показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;

- обучающийся выполнил все задания с небольшими неточностями и показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;

- обучающийся выполнил половину из предложенных заданий правильно, остальные с существенными неточностями и показал удовлетворительное владение навыками полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала.

В остальных случаях обучающемуся ставится за контрольную работу «незачтено».

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория случайных процессов и основы теории массового обслуживания» проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На экзамене оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Описание технологии проведения

На экзамене студент вытягивает билет, который содержит два теоретических вопроса. Все вопросы, входящие в билеты, охватывают весь материал, изучаемый за весь семестр.

Вопросы к экзамену:

1. Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса. Математическое ожидание и ковариационная функция случайного процесса.
2. Классификация случайных процессов. Гауссовские случайные процессы: определение, свойства, винеровский процесс
3. Непрерывность случайного процесса
4. Дифференцирование случайного процесса
5. Интегрирование случайного процесса

6. Марковские процессы с дискретным множеством состояний и непрерывным временем. Однородные марковские процессы
7. Процессы рождения и гибели: определение, дифференциальные уравнения Колмогорова, связь с теорией массового обслуживания
8. Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона.
9. Вероятность вырождения.
10. Общее описание систем массового обслуживания.
11. Символика Кендалла
12. Показательное распределение и его свойства. Пуассоновский поток
13. Система $M(\lambda)|M(\nu)|1, m = \infty, fifo$
14. Характеристики занятости одноканальной системы массового обслуживания в стационарном режиме
15. Система $M(\lambda)|M(\nu)|r, m = \infty, fifo$
16. Характеристики занятости системы массового обслуживания с r каналами в стационарном режиме
17. Система с отказами. Формулы Эрланга
18. Система $M(\lambda)|M(\nu)|r = \infty$
19. Система $M(\lambda)|M(\nu)|r, m, fifo$
20. Система с ограниченным временем ожидания
21. Системы с неординарным потоком
22. Система « n станков – m рабочих»
23. Марковские сети массового обслуживания

24. Теорема Бёрке

25. Сеть Джексона

26. Характеристики занятости сетей в стационарном режиме.

Примеры контрольно-измерительных материалов к промежуточной аттестации

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса
2. Период занятости системы $M(\lambda)|M(\nu)|1, m = \infty, fifo$

Контрольно-измерительный материал № 2

1. Гауссовские случайные процессы: определение, свойства, винеровский случайный процесс
2. Распределение времени ожидания системы $M(\lambda)|M(\nu)|1, m = \infty, fifo$

Критерии выставления оценок:

Оценки	Критерии
Отлично	обучающийся показывает высокий интеллектуальный и общекультурный уровень, глубокое и всестороннее знание предмета, на все вопросы билета даны правильные исчерпывающие ответы, приведены доказательства обучающийся аргументировано и логично излагает материал, дополнительные вопросы не вызывают затруднений
Хорошо	обучающийся показывает свой интеллектуальный и общекультурный уровень, твердо знает предмет учебной дисциплины, логично излагает изученный материал, умеет применять теоретические знания для решения практических задания, на вопросы билеты получены полные и верные ответы, приведено доказательство, но есть небольшие неточности в

	формулировках и затруднения при ответе на дополнительные вопросы
Удовлетворительно	обучающийся показывает свой общекультурный уровень, в основном знает предмет учебной дисциплины, знает основные определения и термины, имеет определенные знания предмета, не может привести доказательства.
Неудовлетворительно	степень освоения учебной дисциплины обучаемым не соответствует критериям, предъявляемым к оценке «удовлетворительно»

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно)

1. Рассмотрим систему $M(\lambda)|M(\nu)|r, m = \infty, fifo$. Что обозначает равенство $m = \infty$?

Решение. Согласно принятой символике, буквой m обозначается число мест в очереди.

Варианты ответов:

1. в очереди 5 требований;
- 2. неограниченная очередь;**
3. время ожидания бесконечно.

2. Рассмотрим систему $M(\lambda)|M(\nu)|r, m = \infty, fifo$. Что означает $fifo$?

Решение. Согласно принятой символике, $fifo$ означает first in first out. Т.е. требования обслуживаются в порядке поступления.

Варианты ответов:

1. случайный выбор требования из очереди;
2. first in last out;
3. last in last out;
- 4. first in first out.**

3. При каком значении c матрица

$$P = \begin{pmatrix} c & 0 & 0,6 \\ c & 0,2 & c \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix} \text{ будет матрицей вероятностей перехода}$$

однородной цепи Маркова?

Решение. Матрица вероятностей перехода однородной цепи Маркова – стохастическая, то есть сумма вероятностей по строкам равна 1. Значит, $c+0,6 = 1$ и $2c+0,2=1$, откуда $c=0,4$.

Варианты ответов:

1. $C=0,21$;
- 2. $C=0,4$;**
3. $C=0,1$;
4. $C=0,3$.

4. Какая из трёх матриц может быть матрицей вероятностей передач для марковской сети массового обслуживания с тремя узлами?

$$1. \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0 \\ -1 & 0,2 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{pmatrix} \quad 2. \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{pmatrix} \quad 3. \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,6 \end{pmatrix}$$

Решение. Матрица вероятностей передач для марковской сети массового обслуживания – полустохастическая, то есть элементы неотрицательные и сумма вероятностей по строкам равна не превосходит 1. Матрица 1 имеет отрицательные элементы. Матрица 3 в третьей строке имеет сумму элементов больше 1. Матрица 2 удовлетворяет всем требованиям.

Варианты ответов:

1. Матрица 3;
2. Матрица 1;
- 3. Матрица 2;**

5. При каком значении c матрица

$P = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 & 0,2 \\ 0,1 & c & 0,9 \\ 0,6 & 0,3 & 0 \end{pmatrix}$ может быть матрицей вероятностей передач для марковской сети массового обслуживания с тремя узлами?

Решение. Матрица вероятностей передач для марковской сети массового обслуживания – полустохастическая, то есть элементы неотрицательные и сумма вероятностей по строкам равна не превосходит 1. То есть в строке сумма элементов не должна быть больше 1. Это возможно лишь при $c = 0$.

Варианты ответов:

1. $C=5$;
- 2. $C=0$;**
3. $C=0,15$;
4. $C= -0,2$.

2) Задания открытого типа (короткий текст)

6. Рассмотрим систему $M(\lambda)|M(\nu)|r, m = \infty, \text{fifo}$. $M(\lambda)$ означает, что входящий поток является с параметром λ .

Ответ

**пуассоновским
пуассоновский**

7. Матрица вероятностей перехода однородной цепи Маркова должна быть

Ответ

**стохастичекой
стохастическая**

8. Матрица вероятностей передач для марковской сети массового обслуживания должна быть

Ответ

**полустохастической
полустохастическая**

9. Если для случайного процесса $\{\xi(t)\}_{t \in T}$ зафиксировано $\omega \in \Omega$, то числовая функция аргумента t называется случайного процесса.

Ответ

**траекторией
траектория
реализацией
реализация**

10. Если для случайного процесса $\{\xi(t)\}_{t \in T}$ зафиксировано $t \in T$, то случайная величина $\xi(t)$ называется случайного процесса.

Ответ

**значением
сечением**

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС

Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно)

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания открытого типа (короткий текст)

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении

диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).